

## Aufgaben

1. Eine Waage zeigt für die Masse eines Körpers  $m = 1.2356$  kg an, wobei die systematische Messunsicherheit dieser Waage mit  $0.01234$  kg angegeben wurde. Der Körper mit Masse  $m$  wird durch eine konstante Kraft  $F$  in  $x$ -Richtung beschleunigt. Diese Kraft  $F$  wurde in einem Experiment mit einem systematischen Fehler von  $\Delta F_{\text{sys}} = 0.10$  N fünfmal gemessen:

$$F_1 = 5.10 \text{ N} \quad F_2 = 4.40 \text{ N} \quad F_3 = 5.30 \text{ N} \quad F_4 = 5.00 \text{ N} \quad F_5 = 5.20 \text{ N}$$

- (a) Wie ist das Ergebnis der Massenbestimmung unter Berücksichtigung der beiden Regeln bezüglich der Anzahl signifikanter Stellen anzugeben?
  - (b) Bestimme bei den obigen Messdaten zur Kraft  $F$  durch Rechnung von Hand mit Hilfe der gegebenen statistischen Formeln den arithmetischen Mittelwert  $\bar{F}$ , die Standardabweichung  $\sigma_F$  und den mittleren Fehler des Mittelwerts  $\sigma_{\bar{F}}$  und gib den ausführlichen Lösungsweg an.
  - (c) Wie gross ist der statistische Fehler der Kraft  $F$ ?
  - (d) Welche Beschleunigung  $a$  wirkt auf den Körper mit der Masse  $m$  in  $x$ -Richtung?
  - (e) Innerhalb von welchem Beschleunigungsintervall liegt die wahre Beschleunigung des Körpers mit der Masse  $m$  mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%?
2. Die Messgrösse  $F_i$  wurde mehrfach mit verschiedenen Messungen bestimmt. Die systematischen Fehler sind unterschiedlich, wie die folgende Auflistung zeigt:

$$F_1 = (5.1 \pm 0.2) \text{ N} \quad F_2 = (4.4 \pm 0.1) \text{ N} \quad F_3 = (5.3 \pm 0.2) \text{ N} \quad F_4 = (5.0 \pm 0.3) \text{ N} \quad F_5 = (5.2 \pm 0.2) \text{ N}$$

- (a) Berechne mit den untenstehenden Formeln den gewichteten Mittelwert der Kraft  $\bar{F}_g$ . Inwiefern unterscheidet sich das Ergebnis vom arithmetischen Mittelwert  $\bar{F}$  aus Aufgabe 1? Warum?
- (b) Wie gross ist die Messunsicherheit  $\Delta F$  des gewichteten Mittelwerts  $\bar{F}_g$ ?

## Formelsammlung

Im folgenden seien die Formeln für den arithmetischen Mittelwert  $\bar{x}$ , die Standardabweichung  $\sigma_x$  und den mittleren Fehler des Mittelwerts  $\sigma_{\bar{x}}$  gegeben. Dabei sei  $x_i$  der  $i$ -te von  $N$  Messwerten.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Für den gewichteten Mittelwert  $\bar{x}_g$  und die Messunsicherheit  $\Delta x$  des gewichteten Mittelwerts gilt

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \pm \Delta x_1 \\ x_2 \pm \Delta x_2 \\ x_3 \pm \Delta x_3 \end{array} \right\} \rightarrow \bar{x}_g = \frac{\sum g_i \cdot x_i}{\sum g_i} \quad \text{und} \quad \Delta x = \frac{1}{\sqrt{\sum g_i}} \quad \rightarrow \quad x = \bar{x}_g \pm \Delta x \quad \text{mit} \quad g_i = \frac{1}{\Delta x_i^2}$$

Sei  $h = h(k, l, m, \dots)$  eine indirekt messbare physikalische Grösse, die von den gemessenen Grössen  $k, l, m, \dots$  abhängt. Dann gilt für den systematischen Fehler  $\Delta h_{\text{sys}}$  und den statistischen Fehler  $\Delta h_{\text{stat}}$

$$\Delta h_{\text{sys}} = \left| \frac{\partial h}{\partial k} \cdot \Delta k_{\text{sys}} \right| + \left| \frac{\partial h}{\partial l} \cdot \Delta l_{\text{sys}} \right| + \left| \frac{\partial h}{\partial m} \cdot \Delta m_{\text{sys}} \right| + \dots$$

$$\Delta h_{\text{stat}} = \sqrt{\left( \frac{\partial h}{\partial k} \cdot \Delta k_{\text{stat}} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial l} \cdot \Delta l_{\text{stat}} \right)^2 + \left( \frac{\partial h}{\partial m} \cdot \Delta m_{\text{stat}} \right)^2 + \dots}$$

*Tipp:* Das zweite Newton'sche Gesetz besagt, dass die Kraft  $\vec{F}$  das Produkt aus der Masse  $m$  und der Beschleunigung  $\vec{a}$  ist,  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ .