

IIW2

Modul Wärmelehre

Gasgesetze

Ein Gasthermometer dient dazu, gleichzeitig Druck p , Volumen V und Temperatur T einer eingeschlossenen Gasmenge zu bestimmen. Damit können wir in diesem Versuch die Beziehung der drei Größen untereinander am Beispiel von Luft überprüfen und die Richtigkeit der Zustandsgleichung für ideale Gase $p V = N k T$ untersuchen.

Versuch IIW2 - Gasgesetze

Ein Gasthermometer dient dazu, gleichzeitig Druck p , Volumen V und Temperatur T einer ein geschlossenen Gasmenge zu bestimmen. Damit können wir in diesem Versuch die Beziehung der drei Größen untereinander am Beispiel von Luft überprüfen und die Richtigkeit der Zustandsgleichung für ideale Gase $pV = NkT$ untersuchen.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

- Was besagt das Äquipartitionsprinzip?
- Was versteht man unter dem absoluten Nullpunkt der Temperaturskala? Was ist dort auf Teilchenebene zu beobachten?
- Wie gross ist gemäss Äquipartitionsprinzip die mittlere Energie eines einatomigen und eines zweiatomigen Gases, eines Festkörpers?
- Wie lautet die Regel nach DULONG-PETIT?
- Was besagen das Gesetz von BOYLE-MARIOTTE, das Gesetz von GAY-LUSSAC und das Gesetz von AMONTONS? Unter welchen Bedingungen haben diese drei Gesetze Gültigkeit?
- Welchen Gefahren ist man bei diesem Versuch ausgesetzt und wie kann man sich optimal schützen? Worauf ist besonders zu achten?

1.2 Theorie

1.2.1 Das ideale Gas als Vielteilchensystem

Wenn sich N Moleküle der Masse m im würfelförmigen Volumen V befinden, ist die Teilchendichte $\rho=N/V$. Nun soll das Einheitsvolumen t_i Teilchen enthalten, deren x-Komponente der Geschwindigkeit den Betrag $|v_x| = |v_i|$ hat. Die Hälfte davon, $t_i/2$, wird in positiver x-Richtung fliegen. Auf die normal zur x-Achse stehende Würfelfläche A treffen dann pro Zeiteinheit $\frac{t_i}{2} \cdot A \cdot v_i$ Moleküle auf. Durch Reflexion an der Wand ergibt sich eine zeitliche Impulsänderung oder Kraft:

$$2 \cdot \frac{t_i}{2} \cdot A \cdot m \cdot v_i^2 = F_i \quad (1.1)$$

oder

$$P_i = m \cdot t_i \cdot v_i^2 \quad (1.2)$$

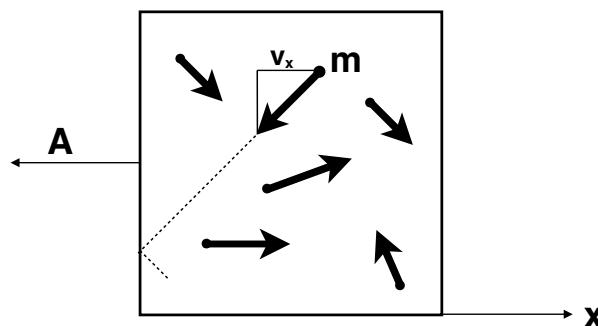


Abbildung 1.1: Darstellung des idealen Gases

Den Gesamtdruck erhalten wir durch Summation über alle t_i mit Geschwindigkeitskomponenten v_i , also

$$p = m \cdot \sum_i t_i \cdot v_i^2 \quad (1.3)$$

Mit dem Mittelwert

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{\sum_i t_i \cdot v_i^2}{\sum_i t_i}, \quad \sum_i t_i = t \quad (1.4)$$

folgt

$$p = m \cdot \rho \cdot \langle v_x^2 \rangle \quad (1.5)$$

Wegen der molekularen Unordnung müssen die Mittelwerte $\langle v_x^2 \rangle$, $\langle v_y^2 \rangle$ und $\langle v_z^2 \rangle$ gleich gross sein, so dass sich aus $\langle v \rangle^2 = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle$ ergibt:

$$\langle v_x^2 \rangle = \frac{\langle v^2 \rangle}{3} \quad (1.6)$$

Somit ergibt sich dann:

$$p = m \cdot t \cdot \frac{\langle v^2 \rangle}{3} \quad (1.7)$$

Die mittlere kinetische Energie eines Moleküls ist aber:

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{1}{2} m \cdot \langle v^2 \rangle \quad (1.8)$$

so dass wir schreiben können (*Grundgleichung der kinetischen Gastheorie*):

$$p = \frac{2}{3} \cdot \rho \cdot \langle E_{kin} \rangle \quad (1.9)$$

Als weitere physikalische Forderung brauchen wir das sogenannte **Äquipartitionsprinzip**. Es schlägt die Brücke zwischen der statistischen Mechanik und der phänomenologischen Thermodynamik. Auf das ideale Gas angewendet lautet es:

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{3}{2} k \cdot T \quad (1.10)$$

Drücken wir die mittlere kinetische Energie pro Molekül mit (1.10) durch die Temperatur aus, so erhalten wir aus 1.9 die Beziehung zwischen Druck p , Teilchendichte ρ und Temperatur T für das ideale Gas:

$$p = \rho \cdot k \cdot T \quad (1.11)$$

Befindet sich im Volumen V die Stoffmenge n mol, so ist die Teilchendichte $\rho = n \cdot N_A / V$ und 1.11 geht über in

$$p \cdot V = n \cdot N_A \cdot k \cdot T \quad (1.12)$$

Das Produkt $N_A \cdot k$ ist die **Universelle Gaskonstante R**. Wir erhalten

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (1.13)$$

die Zustandsgleichung des idealen Gases.

Der Zustand einer vorgegebenen Gasmenge kann somit durch drei Grössen vollständig beschrieben werden: Temperatur T , Druck p und Volumen V . Diese drei Grössen sind aber nicht unabhängig voneinander. Die Zustandsgleichung des idealen Gases gibt an, wie diese messbaren Eigenschaften voneinander abhängen. In unserem Fall können nur zwei davon gewählt

werden, die dritte ist dann eindeutig bestimmt. Die Zustandsgleichung für das ideale Gas lautet:

$$p V = N k T = n R T \quad (1.14)$$

k = Boltzmann-Konstante ($k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K)

N = Teilchenzahl

n = Stoffmenge

R = universelle Gaskonstante ($R = 8.3144621$ J/mol/K)

T = absolute Temperatur (in Kelvin)

Wie oft in der Physik ist dies aber nur eine Näherung der wirklichen Situation. Es gilt eigentlich nur exakt für ein Idealgas, in dem die einzelnen Gasteilchen nur untereinander stoßen und sonst keine (langreichweiten) Kräfte aufeinander ausüben. Außerdem soll das Eigenvolumen der Gasteilchen gegenüber dem tatsächlichen Gasvolumen sehr klein sein. (Hinweis: Ein Gasgesetz, in dem diese Idealisierung nicht benötigt wird, ist die sogenannte VAN-DER-WAALS-GLEICHUNG).

In diesem Versuch wollen wir am Beispiel von Luft die drei wesentlichen Spezialfälle und Folgerungen des Gasgesetzes überprüfen:

a) Das Gesetz von BOYLE-MARIOTTE:

$$pV = \text{konst.} \quad \text{für } T = \text{konst.} \quad (1.15)$$

b) Das Gesetz von GAY-LUSSAC:

$$V \sim T \quad \text{für } p = \text{konst.} \quad (1.16)$$

c) Das Gesetz von AMONTONS:

$$p \sim T \quad \text{für } V = \text{konst.} \quad (1.17)$$

1.3 Experiment

1.3.1 Versuchszubehör

| Komponente | Anzahl |
|--|--------|
| Gasthermometer (Innendurchmesser 2.7 mm) | 1 |
| Grosses Glasrohr | 1 |
| Stativfuss V-förmig, klein | 1 |
| Stativstange 47 cm, 12 mm Ø | 1 |
| Muffe mit Klemme | 2 |
| Vakuum-Handpumpe | 1 |
| Digitales Temperaturmessgerät | 1 |
| Heizplatte | 1 |
| Becherglas, 250 ml | 1 |

1.3.2 Aufbau und Durchführung

Achtung

- Das Gasthermometer und das grosse Glasrohr sind sehr zerbrechlich. Gehe stets äusserst behutsam damit um.
- Schiebe den Schlauch der Vakuumpumpe sehr vorsichtig auf das Gasthermometer. Mit zu viel Druck kann es leicht brechen.
- Befestige das Gasthermometer und das Glasrohr nur mit minimalem Druck in den Klemmen.
- Das Wasser sollte ausschliesslich in dem Becherglas und auf der Heizplatte erwärmt werden. Anschliessend wird das Wasser mit dem Trichter in das Glasrohr gefüllt. Ziehe Dir dazu die Hitze-Handschuhe an, um Verbrennungen durch das heisse Glas zu vermeiden. Achte darauf, dass Du kein Wasser ausschüttst, die Handschuhe sind *nicht* wasserdicht.

Einsammeln der Quecksilberkugelchen

- Handpumpe anschliessen und Gasthermometer mit Schlauchanschluss nach unten halten (siehe Abb. 1.2).
- Mit der Handpumpe maximalen Unterdruck Δp erzeugen und das Quecksilber in der Ausbauchung (a) in einem Tropfen sammeln. (Das Manometer zeigt den Unterdruck Δp als negativen Wert an.)
- Eventuell vorhandene kleine Quecksilberkugelchen durch leichtes Klopfen gegen das Glasrohr in die Ausbauchung (a) bringen. (Ein kleines Quecksilberkugelchen, das am abgeschmolzenen Ende des Glasrohres hängen bleibt, beeinträchtigt die Messung nicht.)

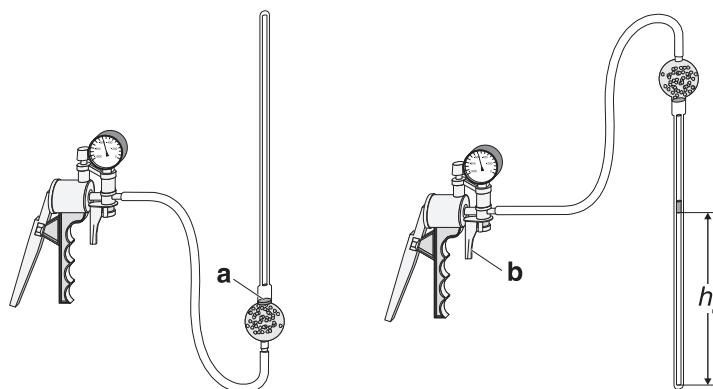


Abbildung 1.2: Einsammeln der Quecksilberkugelchen und Einstellung des Ausgangsvolumens V_0 .

Gesetz von Boyle-Mariotte

- Quecksilberkugelchen einsammeln.

- Gasthermometer langsam in Gebrauchslage drehen (Schlauchanschluss nach oben) und Quecksilber in den Eingang des Glasrohres bringen.
- Durch behutsames Öffnen des Belüftungsventils (b) der Handpumpe Unterdruck Δp langsam auf 0 reduzieren, so dass sich das Quecksilber als zusammenhängender Propfen langsam nach unten verschiebt.
- Gasthermometer in Stativmaterial montieren (siehe Abb. 1.3. Wenn bei zu heftiger Belüftung oder infolge Erschütterung der Quecksilberpropfen zerspringt, das Quecksilber erneut einsammeln).
- Aussendruck p_0 und Raumtemperatur T_0 an der Wetterstation ablesen.
- Höhe h_{Hg} des Quecksilberpropfens auf der Skala des Gasthermometers ablesen.
- Mit der Handpumpe Unterdruck Δp erzeugen und schrittweise steigern.
- Für insgesamt 20 Werte die Höhe h der Luftsäule ablesen und zusammen mit Δp notieren.
- Wiederhole die Messung fünfmal.

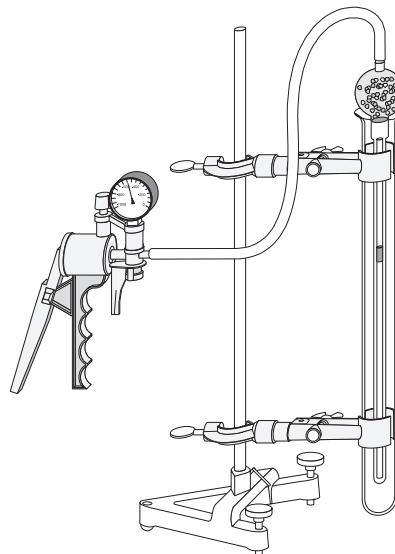


Abbildung 1.3: Versuchsaufbau zur Untersuchung der Druckabhängigkeit des Gasvolumens bei konstanter Temperatur.

Gesetz von Gay-Lussac

- Quecksilberkügelchen einsammeln.
- Gasthermometer langsam in Gebrauchslage drehen (Schlauchanschluss nach oben) und Quecksilber in den Eingang des Glasrohres bringen.
- Öffne langsam das Lüftungsventil der Handpumpe ((b) in Abb. 1.2) um den Unterdruck Δp auf 0 zu verringern, so dass das Quecksilber langsam an einem Stück hinuntergleitet.

- Montiere das Gasthermometer in das Stativmaterial gemäss Abb. 1.4 und entferne behutsam den Schlauch der Handpumpe. (Wenn bei zu heftiger Belüftung oder infolge Erschütterung der Quecksilberpfropfen zerspringt, das Quecksilber erneut einsammeln).
- Führe den Temperaturfühler vorsichtig in das grosse Glasgefäß parallel zum Gasthermometer und verbinde ihn mit dem digitalen Thermometer.
- Erhitze etwa 200ml Wasser im Becherglas auf der Heizplatte auf etwa 90°C .
- Fülle das Wasser vorsichtig in das grosse Glasgefäß. (Auf Grund der steigenden Temperatur steigt das Gasvolumen.)
- Beobachte den Temperaturanstieg und warte mit dem Ablesen der Temperatur sowie der Höhe bis die Temperatur wieder zu sinken beginnt.
- Miss für insgesamt 15 Werte die Temperatur T zwischen $85^{\circ}\text{ Celsius}$ und $35^{\circ}\text{ Celsius}$ und die Höhe h des eingeschlossenen Gasvolumens des Gasthermometers während sich das Wärmebad zumehmend abkühlt (Dauer ca. 50 Minuten).
- Mach eine sinnvolle Fehlerabschätzung der gemessenen Größen.

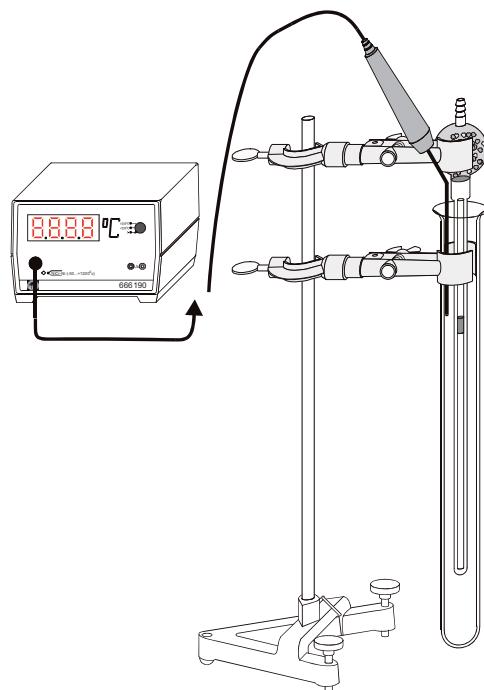


Abbildung 1.4: Versuchsaufbau zur Untersuchung der Druckabhängigkeit des Gasvolumens bei konstantem Druck.

Gesetz von Amontons

- Quecksilberkügelchen einsammeln.
- Gasthermometer langsam in Gebrauchslage drehen (Schlauchanschluss nach oben) und Quecksilber in den Eingang des Glasrohres bringen.

- Öffne langsam das Lüftungsventil der Handpumpe ((b) in Abb. 1.2) um den Unterdruck Δp auf 0 zu verringern, so dass das Quecksilber langsam an einem Stück hinuntergleitet.
- Montiere das Gasthermometer in das Stativmaterial gemäss Abb. 1.5 (Wenn bei zu heftiger Belüftung oder infolge Erschütterung der Quecksilberpfropfen zerspringt, das Quecksilber erneut einsammeln).
- Führe den Temperaturfühler vorsichtig in das grosse Glasgefäß parallel zum Gasthermometer und verbinde ihn mit dem digitalen Thermometer.
- Erhitze etwa 200ml Wasser im Becherglas auf der Heizplatte auf etwa 90°C.
- Fülle das Wasser vorsichtig in das grosse Glasgefäß. (Auf Grund der steigenden Temperatur steigt das Gasvolumen.)
- Beobachte den Temperaturanstieg und warte mit dem Ablesen der Temperatur sowie der Höhe bis die Temperatur wieder zu sinken beginnt.
- Erzeuge einen geringen Unterdruck δ_p , der auf der Skala der Handpumpe ablesbar ist (z.B. 60mbar) und lies die Höhe h_0 des Quecksilberpfropfens ab.
- Während sich das Wärmebad zunehmend abkühlt, wiederhole die folgenden Schritte für insgesamt 10 verschiedene Temperaturen: Bestimme den Unterdruck Δp , der durch Pumpen mit der Handpumpe erzeugt werden muss, bis der Quecksilberpfropfen seine ursprüngliche Höhe erreicht hat. Miss für insgesamt 20 Werte die Temperatur T zwischen 85° Celsius und 35° Celsius und den Unterdruck Δp ab (Dauer ca. 50 Minuten).
- Mach eine sinnvolle Fehlerabschätzung der gemessenen Größen.

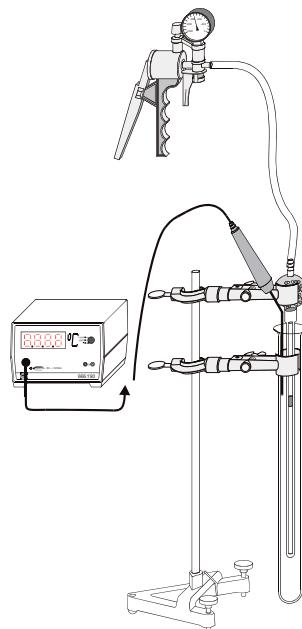


Abbildung 1.5: Versuchsaufbau zur Untersuchung der Druckabhängigkeit des Gasvolumens bei konstantem Volumen.

1.3.3 Aufgaben zur Auswertung

Bearbeite die folgenden Aufgaben und mach jeweils eine umfassende Fehleranalyse.

Gesetz von Boyle-Mariotte

- Teile den Druckbereich in 15 gleich grosse Bereiche auf und bilde aus allen Messreihen die zugehörigen Mittelwerte und statistischen Fehler.
- Berechne aus den Messwerten den Druck p , der das Volumen der eingeschlossenen Luftsäule bestimmt.
- Untersuche qualitativ und quantitativ die Gültigkeit des Gesetzes von Boyle-Mariotte.

Gesetz von Gay-Lussac

- Untersuche qualitativ und quantitativ die Gültigkeit des Gesetzes von Gay-Lussac.
- Bestimme den absoluten Nullpunkt.

Gesetz von Amontons

- Untersuche qualitativ und quantitativ die Gültigkeit des Gesetzes von Amontons.
- Bestimme den absoluten Nullpunkt.