

IIE4

Modul Elektrizitätslehre II

Hall-Effekt

In dem vorliegenden Versuch soll an Silber der Hall-Effekt und an Wolfram der anomale Hall-Effekt durch Messung der Hallspannung in Abhängigkeit vom Magnetfeld für verschiedene Ströme untersucht werden und jeweils die Hall-Konstante bestimmt werden. Für die Hall-Konstante von Silber erhält man einen negativen Wert, der auf Ladungstransport durch Elektronen schliessen lässt. Die Hall-Konstante von Wolfram wird als positive Grösse ermittelt. Zur Leitung tragen also hauptsächlich die Defektelektronen bei.

Versuch II E4 - Hall-Effekt

In dem vorliegenden Versuch soll an Silber der Hall-Effekt und an Wolfram der anomale Hall-Effekt durch Messung der Hallspannung in Abhängigkeit vom Magnetfeld für verschiedene Ströme untersucht werden und jeweils die Hall-Konstante bestimmt werden. Für die Hall-Konstante von Silber erhält man einen negativen Wert, der auf Ladungstransport durch Elektronen schliesst. Die Hall-Konstante von Wolfram wird als positive Grösse ermittelt. Zur Leitung tragen also hauptsächlich die Defektelektronen bei.

1.1 Fragen zur Vorbereitung

Eine gute Vorbereitung ist für das Gelingen des Versuches zentral. Folgenden Fragen sollten vor dem Durchführen des Experiments beantwortet werden können.

1.1.1 Elektrizität und Magnetismus

- Was ist ein elektrisches Feld?
- Wie wirkt die Lorentz-Kraft?
- Was versteht man unter Induktion?
- Was passiert, wenn Gleichstrom durch eine Spule fliesst? Was geschieht, wenn man den Gleichstrom durch Wechselstrom ersetzt?
- Was ist eine Ladungsträgerdichte? Wie hängt der Strom I von der Ladungsträgerdichte n ab?
- Welche Ladungsträgerdichten sind typisch für Metalle, (intrinsische) Halbleiter und Isolatoren?

1.1.2 Hall-Effekt

- Was versteht man unter dem Hall-Effekt?
- Was ist eine Hallspannung? Welche Schwierigkeiten treten auf, wenn man diese messen möchte?
- Was darf für die Hallspannung bei einem konstanten transversalen Strom I und einer nicht stationären magnetischen Induktion [z.B. $B(t) = B_0 \cdot \sin(\omega t)$] erwartet werden?
- Wie ist der Hall-Koeffizient A_H definiert?
- Aus der Literatur kennt man folgende Hall-Koeffizienten A_H :

Material	W	Ag	Cu	Al
Hall-Konstante A_H in $[m^3/C]$	$7.5 \cdot 10^{-11}$	$-9.0 \cdot 10^{-11}$	$-5.3 \cdot 10^{-11}$	$9.9 \cdot 10^{-11}$

Was fällt auf beim Betrachten der oben zusammengestellten Hall-Koeffizienten A_H ? Wie lassen sich diese Beobachtungen erklären?

- Wozu dient eine Hallsonde? Wie funktioniert sie?

1.1.3 Messinstrumente

- Wozu dienen Voltmeter, Transformator, Netzgerät, Multimeter und Magnetometer?
- In welcher Größenordnung liegt der Innenwiderstand eines Voltmeters? Weshalb ist dies so?
- Wie gross ist der Widerstand eines Ampermeters sinnvollerweise?
- Weshalb darf kein Strom grösser $I = 10 A$ an ein Digitalmultimeter angehängt werden?

1.2 Theorie

1.2.1 Herleitung der Hallspannung

Der Hall-Effekt ist benannt nach dem amerikanischen Physiker Edwin Herbert Hall (1855-1938), der ihn 1879 entdeckte.

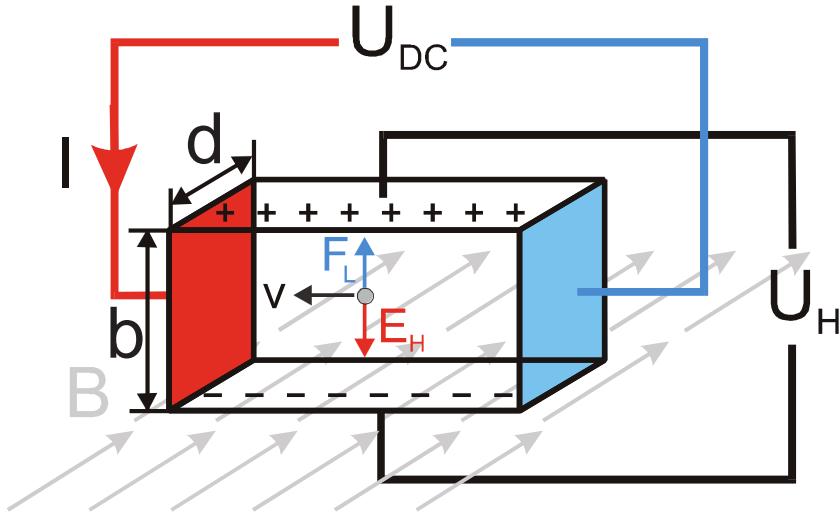


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung des Hall-Effekts.

Betrachtet man einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld \vec{B} , so wirkt auf die sich darin bewegenden Ladungsträger die Lorentz-Kraft

$$\vec{F}_L = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad (1.1)$$

Diese Kraft führt dazu, dass die Ladungsträger senkrecht zur Bewegungsrichtung und zum Magnetfeld abgelenkt werden und somit an den Rand des Leiters gedrängt werden. Dies führt dazu, dass sich an beiden Seitenflächen des Leiters entgegengesetzte Ladungen anhäufen, wie in der Abbildung 1.1 dargestellt ist.

Q ist die Gesamtladung, wobei

$$Q = n \cdot q \quad (1.2)$$

mit der Ladungsträgerdichte n und der Ladung q der einzelnen Teilchen.

Die Kraft \vec{F}_k , die durch diese Ladungsverschiebung entsteht, ist bei einem elektrischen Feld \vec{E} gegeben durch

$$\vec{F}_k = Q \cdot \vec{E} = n \cdot q \cdot \vec{E} \quad (1.3)$$

und wächst solange an, bis sie die Lorentz-Kraft \vec{F}_L kompensiert, also $\vec{F}_L = -\vec{F}_k$ gilt:

$$n \cdot q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = -n \cdot q \cdot \vec{E} \quad (1.4)$$

oder in der bekannteren Schreibweise

$$n \cdot q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0 \quad (1.5)$$

Wir schreiben (1.4) mit Hilfe der Stromdichte $\vec{j} = n \cdot q \cdot \vec{v}$ und bekommen

$$\vec{j} \times \vec{B} = -n \cdot q \cdot \vec{E} \quad (1.6)$$

Nun verwenden wir den aus der Elektrizitätslehre bekannten Zusammenhang

$$\vec{E} = \frac{U}{b} \cdot \vec{e}_b \quad (1.7)$$

und schreiben damit (1.6) um zu

$$\vec{j} \times \vec{B} = -n \cdot q \cdot \frac{U_H}{b} \cdot \vec{e}_b \quad (1.8)$$

Diese Spannung U_H bezeichnen wir als Hallspannung. Nach U_H aufgelöst ergibt sich

$$U_H = -\frac{\vec{j} \times \vec{B}}{n \cdot q} \cdot \vec{b} \quad (1.9)$$

Das Vektorprodukt $\vec{j} \times \vec{B}$ zeigt unabhängig von der Ladung q der Teilchen in Richtung von \vec{b} nach unten. Daher dürfen wir die Beträge der Größen $\vec{j} \times \vec{B}$ und \vec{b} nehmen und erhalten

$$U_H = -\frac{j \cdot B}{n \cdot q} \cdot b \quad (1.10)$$

Schliesslich setzen wir noch die Definition für den Strom I ein, die gegeben ist als

$$I = j \cdot A = j \cdot b \cdot d \quad (1.11)$$

mit der rechteckigen Querschnittsfläche A des Leiters mit Kantenlängen b und d . Mit $q = e$ der Elementarladung ergibt sich

$$U_H = -\frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d} \quad (1.12)$$

1.2.2 Der Hall-Koeffizient

Die Hallspannung U_H lässt sich auch schreiben als

$$U_H = -\frac{1}{n \cdot e} \cdot \frac{I \cdot B}{d} = A_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \quad (1.13)$$

mit dem Hall-Koeffizienten A_H . Der Betrag des Hall-Koeffizienten ist nach Definition umgekehrt proportional zur Ladungsdichte. Das Vorzeichen des Hall-Koeffizienten entspricht dem der Ladungsträger. Daher ist in gut leitenden Materialien der Hall-Effekt sehr klein. Erst bei Halbmetallen und Halbleitern gewinnt der Hall-Effekt enorm an Bedeutung.

1.2.3 Der Hall-Widerstand

Aus der Gleichung (1.13) lässt sich unter Verwendung des ohm'schen Gesetzes

$$U = R \cdot I \quad (1.14)$$

der Hall-Widerstand bestimmen. Dazu gruppiert man (1.13) um zu

$$U_H = A_H \cdot \frac{B}{d} \cdot I \quad (1.15)$$

und definiert den Proportionalitätsfaktor zwischen U_H und I als den Hall-Widerstand

$$R_H = A_H \cdot \frac{B}{d} \quad (1.16)$$

1.3 Experiment

1.3.1 Versuchszubehör

Komponente	Anzahl
Hall-Effekt-Gerät (Silber) (Leiterdicke $d = 5 \cdot 10^{-5}$ m)	1
Hall-Effekt-Gerät (Wolfram) (Leiterdicke $d = 5 \cdot 10^{-5}$ m)	1
Mikrovoltmeter	1
Universelles Messinstrument Physik	1
Kombi B-Sonde S	1
Verlängerungskabel, 15-polig	1
Digitalmultimeter	1
Hochstrom-Netzgerät	1
Kleinspannungsstelltrafo	1
U-Kern mit Joch	1
Polschuhe durchbohrt, Paar	1
Spule 250 Windungen	2
Stativstange 25 cm, 12 mm Ø	1
Doppelmuffe	1
Stativfuss V-förmig, klein	1
Experimentierkabel 19 A, 100 cm, rot	4
Experimentierkabel 19 A, 100 cm, blau	4
Experimentierkabel 32 A, 100 cm, schwarz	2

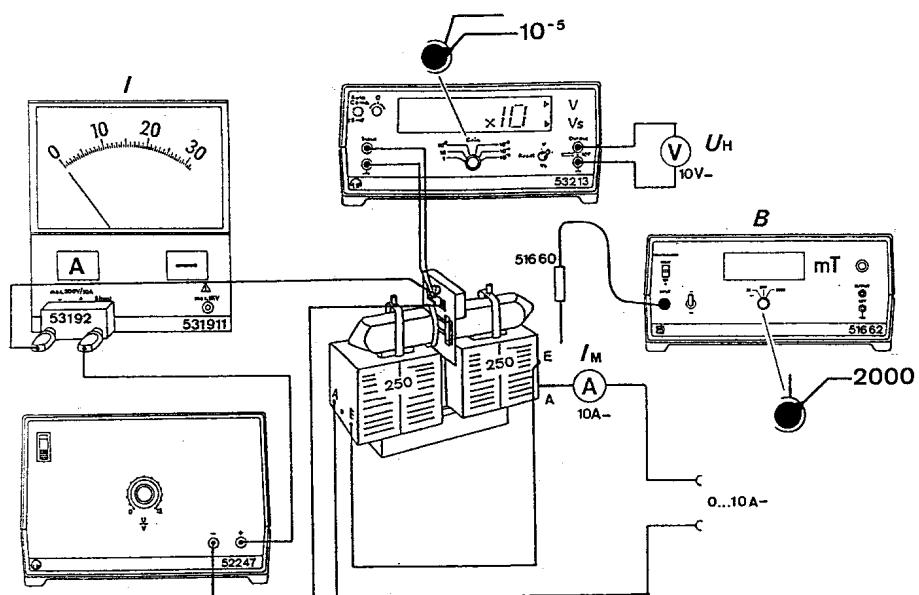


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.

1.3.2 Versuchsaufbau und Justage

Magnetfeld-Kalibrierung

- Baue den Versuchsaufbau zur Kalibrierung gemäss Abbildung 1.3 auf (die Sonde muss dazu nicht wie in der Abbildung, sondern um 90° längs ihrer Achse gedreht werden) auf. Stülpe die beiden blauen Aufsätze auf die Polschuhe und lasse diese während des Versuches stets montiert. Klemme zur Kalibration die rote Kunststoff-Scheibe zwischen die beiden Polschuhe. Der durch die Kunststoff-Scheibe erzeugte Spalt zwischen den Polschuhen entspricht der Dicke der Hall-Sonde, so dass die Kalibrationskurve mit dem identischen Abstand der anschliessenden Messung aufgenommen wird.
- Schliesse die beiden Spulen in Serie an den Kleinspannungsstelltrafo an.
- Schiebe behutsam die Sonde durch die Öffnung in der Kunststoffscheibe in das Zentrum zwischen den Polschuhen.

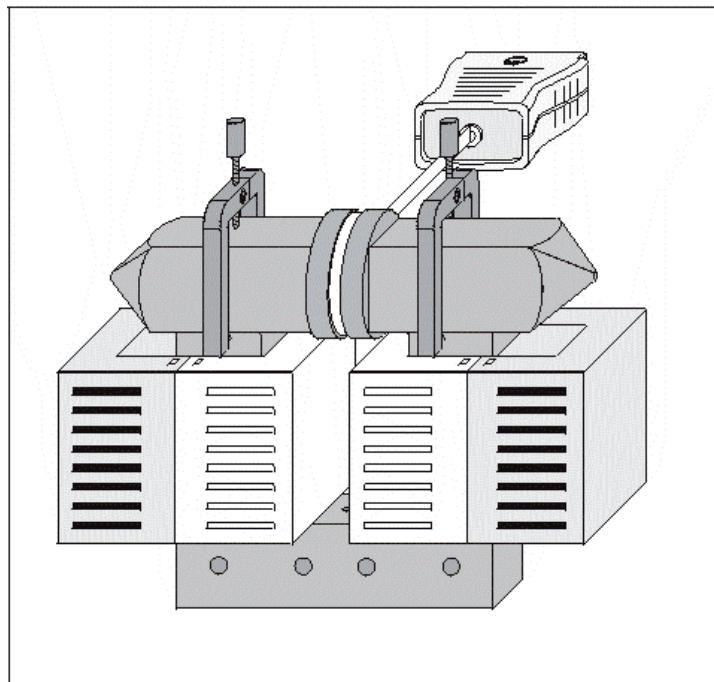


Abbildung 1.3: Schematische Darstellung der Kalibrations-Messung.

Messung der Hall-Spannung als Funktion des Magnetfeldes

- Entferne die Sonde sowie die rote Kunststoff-Scheibe aus dem Elektromagneten und befestige das Hall-Effekt-Gerät zwischen den beiden Polshuhen. Achte darauf, dass die beiden Polshuhe so nah wie möglich an das Hall-Effekt-Gerät geschoben werden müssen, ohne jedoch das Gerät zu beschädigen.
- Schliesse das Mikrovoltmeter an die Supportplatte des Hall-Effekt-Gerätes an.
- Schliesse das Hall-Effekt-Gerät gemäss Abbildung 1.4 an das Hochstrom-Netzgerät an. Die Magnetfeld-Richtung muss dabei in die auf dem Gerät angegebene Richtung zeigen.

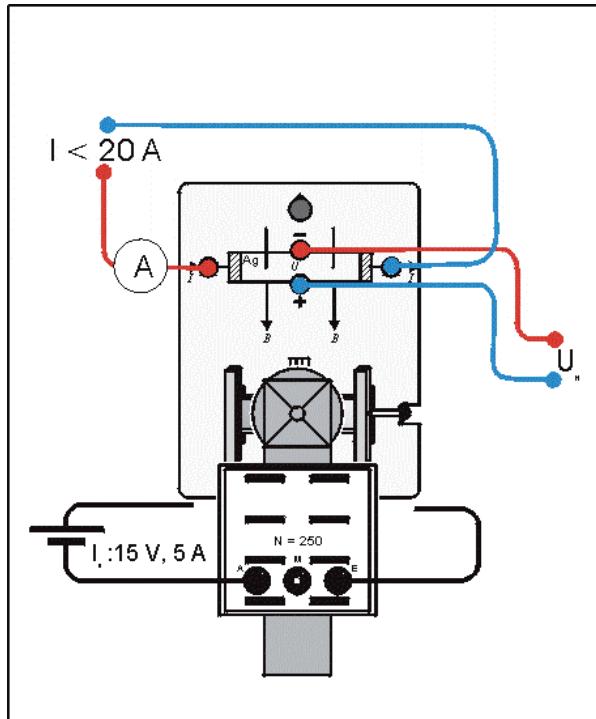


Abbildung 1.4: Schematische Darstellung der Verkabelung zur Messung des Hall-Effektes.

1.3.3 Durchführung des Versuchs

Kalibration des Magnetfeldes

- Entmagnetisiere das Eisen, in dem du den maximalen Wechselstrom (AC) für rund 30 Sekunden durch die Spulen fliessen lässt und drehe den Strom anschliessend langsam auf null.
- Schalte nun auf Gleichstrom (DC) um. Dazu müssen die Kabel am Kleinspannungsstelltrafo umgesteckt werden.
- Miss die magnetische Flussdichte B als Funktion des Stromes I . Zwischen 0 A und 2.0 A soll der Strom in 0.2 A Schritten erhöht werden, zwischen 2.0 A und 9.5 A soll der Strom in 0.5 A Schritten erhöht werden. Trage deine Messwerte in der Tabelle ein.

Messung der Hallspannung

- Lege mit dem Hochstrom-Netzgerät einen transversalen Strom von $I_t = 10 \text{ A}$ an.
- Bevor mit der Messung begonnen werden kann, muss das Eisen entmagnetisiert werden (siehe oben).
- Justiere das Mikrovoltmeter auf null («Auto-Komp»-Taste oben links).
- Miss nun die Hallspannung U_H als Funktion des Stromes I , der das Magnetfeld in den Spulen erzeugt. Dabei soll I_t konstant bleiben. Trage deine Messwerte in der Tabelle ein.
- Entmagnetisiere und justiere erneut und wiederhole diese Messung. Versuche, bei den gleichen Strömen I zu messen wie im ersten Durchgang. Fülle deine Messwerte in die Tabelle ein.

- Erhöhe am Hochstrom-Netzgerät den transversalen Strom auf $I_t = 15 \text{ A}$ und führe die Punkte (2) bis (5) erneut durch.
- Stelle nun am Hochstrom-Netzgerät einen transversalen Strom von $I_t = 20 \text{ A}$ ein und wiederhole die Punkte (2) bis (5). Versuche diese Messreihe zügig durchzuführen, da sich die Apparatur bei grossen Strömen stark erwärmt und dies die Messergebnisse verfälscht.
- Tausche jetzt das Silber- durch das Wolfram-Hall-Effekt-Gerät aus und wiederhole die Schritte (1) bis (7). Achte dich darauf, dass du dabei das Wolfram-Hall-Effekt-Gerät genau gleich einsteckst, wie zuvor das Silber-Hall-Effekt-Gerät (gleiches Kabel an die gleiche Buchse).

1.3.4 Aufgaben zur Auswertung

Kalibration des Magnetfeldes

- Plotte deine Messwerte aus der Magnetfeld-Kalibrationsmessung (mit Fehlerbalken) in einem $B(I)$ -Diagramm.
- Bestimme die magnetische Flussdichte als Funktion des Stromes, in dem du einen Fit der Funktion

$$B(I) = a \cdot \left(1 - e^{b \cdot I}\right) + c$$

an deine Messpunkte fittest.

- Lies die Koeffizienten a , b und c ab. Damit kannst du fortan für jeden Strom I das zugehörige Magnetfeld bestimmen.

Messung der Hallspannung

- Berechne mit Hilfe der obigen Kalibration für alle Ströme I das zugehörige Magnetfeld B .
- Für Silber wie auch für Wolfram wurden zu jedem transversalen Strom I_t zwei Messreihen gemacht. Bilde jeweils den Mittelwert der beiden Hallspannungen U_H , die beim gleichen Strom I und damit beim gleichen Magnetfeld B (und gleichem I_t) gemessen wurden. Gib eine sinnvolle Fehlerabschätzung mit an.
- Stelle in insgesamt sechs Diagrammen (für Silber und Wolfram je drei transversale Ströme I_t) die Hallspannung U_H als Funktion des Magnetfeldes B dar. Trage in all den Plots Fehlerbalken ein und führe einen linearen Fit durch.
- Interpretiere und diskutiere deine Diagramme.
- Bestimme die Hall-Konstante A_H und den Hall-Widerstand R für beide Materialien jeweils für alle drei transversalen Ströme I_t .
- Berechne weiter die Ladungsträger-Konzentration n für Silber und Wolfram für jeweils alle drei transversalen Ströme I_t .
- Führe eine vollständige Fehlerrechnung für die Größen A_H , R und n durch.
- Stelle deine Resultate für A_H , R und n mit Fehlerabschätzung übersichtlich in einer Tabelle zusammen. Vergleiche mit den Literaturwerten und interpretiere deine Ergebnisse.

1.4 Literatur

- D. Meschede, "Gerthsen Physik", Springer Verlag
- Ashcroft/Mermin, "Solid State Physics", Cengage Learning Emea
- W. Demtröder, "Experimentalphysik 2", Springer Verlag
- Wikipedia, www.wikipedia.org/Hall-Konstante, 17.03.2017
- Leybold, <https://www.ld-didactic.de/documents/de-DE/GA/GA/5/586/58681de.pdf>, 18.03.2017

Appendix

A.1 Messwert Tabellen für Hall-Effekt

Hall-Effekt

Kalibrationsmessung für das Magnetfeld

#	I in [A]	B in [mT]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

#	I in [A]	B in [mT]
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		

#	I in [A]	B in [mT]
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		

Hallspannung von Silber

$$I_t = 10A$$

#	I in [A]	U_H [10 ⁻⁵ V]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$$I_t = 15A$$

#	I in [A]	U_H [10 ⁻⁵ V]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$$I_t = 20A$$

#	I in [A]	U_H [10 ⁻⁵ V]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$$I_t = 10A$$

#	I in [A]	U_H [10 ⁻⁵ V]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$$I_t = 15A$$

#	I in [A]	U_H [10 ⁻⁵ V]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$$I_t = 20A$$

#	I in [A]	U_H [10 ⁻⁵ V]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Hallspannung von Wolfram

$I_t = 10A$

#	I in [A]	U_H [$10^{-5}V$]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$I_t = 15A$

#	I in [A]	U_H [$10^{-5}V$]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$I_t = 20A$

#	I in [A]	U_H [$10^{-5}V$]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$I_t = 10A$

#	I in [A]	U_H [$10^{-5}V$]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$I_t = 15A$

#	I in [A]	U_H [$10^{-5}V$]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$I_t = 20A$

#	I in [A]	U_H [$10^{-5}V$]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		